



UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA
FACULTAD DE HUMANIDADES Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE POSGRADO

SITUACIÓN DE DOBLE CONCEPTUALIZACIÓN: ESTRATEGIA DE FORMACIÓN ORIENTADA A REELABORAR LOS CONOCIMIENTOS DIDÁCTICOS Y MATEMÁTICOS DE LOS DOCENTES

Maria Candida Di Pierro

Tesis para optar por el grado de Especialista en Enseñanza de
las Matemáticas para el Nivel Inicial y el Nivel Primario

Directora Dra. Claudia Broitman, UNLP

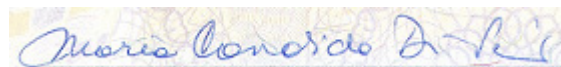
Codirectora Dra. Alicia Villa, UNLP

La Plata, 10 de noviembre de 2020

Dra. Claudia Broitman

Directora de la Especialización en Enseñanza de las Matemáticas para el Nivel Inicial y el Nivel Primario

Me dirijo a usted a fin de presentar el Trabajo Final de la carrera *Especialización en Enseñanza de las Matemáticas para el Nivel Inicial y el Nivel Primario*, titulado **Situación de doble conceptualización: estrategia de formación orientada a reelaborar los conocimientos didácticos y matemáticos de los docentes**, bajo la dirección de Doctora Claudia Broitman y Doctora Alicia Villa.



Maria Candida Di Pierro

RG 9581561-2 (Brasil)

Agradecimentos

Agradeço a Inés Sancha, minha tutora na especialização, pela disponibilidade e carinho tanto ao longo do curso como da elaboração deste trabalho.

Agradeço a Verônica Grimaldi por ter dedicado seu tempo a me escutar longamente quando eu não tinha sequer um tema definido, me ajudando a encontrar uma linha em um imenso emaranhado de ideias e possibilidades.

Agradeço a Monica Escobar pelo entusiasmo e orientação nos momentos em que eu me aproximava das ideias iniciais do meu trabalho – ela já enxergava mais adiante.

Agradeço a todos meus colegas de curso, educadores admiráveis, que generosamente acolheram a mim e minhas colegas brasileiras de forma carinhosa.

Agradeço minhas queridas colegas brasileiras – Viviane, Virgínia, Laís e Maria Clara - cujo apoio, amizade e companheirismo foram imprescindíveis para que eu cursasse a especialização.

Agradeço meu querido Renato Ortega pelo apoio incondicional, sem o qual eu nem teria iniciado este percurso que tanto me enriqueceu.

Agradeço a Simone Azevedo, pela sua generosidade, seu incentivo, sua leitura cuidadosa e por sempre compartilhar seus conhecimentos comigo.

Deixo para o final meus agradecimentos a Claudia Broitman, cuja disponibilidade foi decisiva para que eu pudesse avançar no meu trabalho. Agradeço seu olhar positivo e generoso à minha produção e suas contribuições preciosas. Além da gratidão, Claudia tem minha admiração por sua imensa capacidade de trabalho, pela dedicação ao que acredita, pela forma como nos faz aceder aos mais complexos conceitos, com rigor e sem simplificações, graças à sua refinada

competência didática. Não posso deixar de mencionar também a coragem e determinação com que Claudia coordena este curso de especialização.

Dedico este trabalho a um admirável matemático e professor - meu pai.

(in memorian)

Situação de dupla conceitualização: estratégia de formação voltada à reelaboração dos conhecimentos didáticos e matemáticos dos professores.

Sumário

1. Resumo.....	1
2. Introdução	1
3. Apresentação do tema	2
4. Referencial Conceitual e Teórico.....	5
5. Antecedentes	8
6. Contexto da prática profissional	11
7. Reunião de formação – descrição e análise da prática	13
7. 1. Conteúdo matemático: cálculo mental.....	13
7.2. Planejamento da reunião	15
7.3. Análise da reunião	16
7. 3. 1. Desenvolvimento do item b) da pauta de reunião: Provocar a elaboração de procedimentos de cálculo não algorítmico, individualmente e em situação de interações sociais.	16
7.3.2. Desenvolvimento do item b) da pauta de reunião: Análise das produções para identificar os conhecimentos matemáticos envolvidos nos procedimentos de cálculo elaborados.....	22
7. 3.3. Desenvolvimento do item f) da pauta de reunião: analisar as condições didáticas que favorecem a elaboração de procedimentos de cálculo mental.	29
8. Conclusões.....	38
Bibliografia	41

1. Resumo

A formação de professores dos anos iniciais do ensino fundamental em matemática coloca o desafio de refletir sobre as estratégias mais potentes para favorecer a ampliação de conhecimento matemático dos docentes e provocar a reflexão sobre as condições didáticas necessárias para a construção do conhecimento matemático dos alunos.

O presente trabalho analisa a estratégia formativa de dupla conceitualização no contexto de uma reunião de formação de professores a respeito de cálculo mental. A dupla conceitualização se situa na perspectiva que considera que as estratégias formativas devem contemplar ambas dimensões do conhecimento – matemático e didático – e toma como princípio a necessidade da reflexão crítica do docente a respeito das suas próprias concepções, reconhecendo-as, explicitando-as, discutindo-as. Elas são organizadas de maneira que, por um lado, os professores possam ampliar ou reelaborar seus conhecimentos matemáticos e, por outro, reflitam sobre as condições didáticas necessárias para que, no contexto da sala de aula, os alunos possam apropriar-se destes conhecimentos matemáticos – ou de um recorte deles.

2. Introdução

A formação docente na área de matemática para os anos iniciais do ensino fundamental constitui um campo de conhecimento sujeito à perspectiva didática que se assume, que define quais concepções de Matemática e sobre ensino e aprendizagem de matemática serão tomadas como pontos de partida e premissas para a formação. Atualmente, nesse campo, tem-se proposto a necessidade de aprofundar os conhecimentos dos professores acerca da didática específica da disciplina e da prática docente, integradamente à ampliação dos seus conhecimentos matemáticos. Tal proposta leva a indagações a respeito das situações e estratégias mais adequadas e potentes para promover a formação dos professores em matemática.

Na perspectiva didática que assume a aula de matemática como um espaço de produção social e cultural de ideias e de conhecimento (Sadovsky, 2005, 2007; Sessa y Giuliani, 2008), é necessário que os espaços de formação favoreçam que os professores participem de situações de produção matemática, nos quais possam refletir para validar ou transformar suas ideias sobre os objetos matemáticos e as condições de seu ensino. As propostas formativas devem dialogar com os conhecimentos matemáticos dos professores e com as ideias pedagógicas em circulação no contexto em que atuam, provocando sua ampliação e reelaboração (Sadovsky e Panizza, 1995).

Este trabalho analisa a estratégia formativa denominada situação de dupla conceitualização, com o propósito de analisar em que medida esta estratégia de formação pode contemplar tais proposições, bem como verificar sua potência para provocar mudanças nas concepções e nas práticas dos docentes dos anos iniciais do ensino fundamental. Esta discussão se dá a partir da análise de reuniões de formação de professores em Matemática, que foram desenvolvidas no município de Itapevi, São Paulo, Brasil, tendo por conteúdo matemático o cálculo mental.

3. Apresentação do tema

Hoje em dia existe certo consenso no sentido de que a formação de professores para o ensino de matemática deve abarcar duas demandas formativas: uma, que diz respeito à ampliação dos conhecimentos matemáticos dos professores, e outra, que diz respeito aos seus conhecimentos didáticos. Tem-se destacado a relevância de pensá-las de forma integrada, ao invés de abordá-las de forma separada. Autores como Sadovsky, Quaranta, Itzcovich, Becerril & García (2015) propõem a produção de cenários formativos que deem lugar à produção de ideias que são tanto matemáticas como didáticas: matemáticas porque supõem que se coloque em jogo conhecimentos e modos de fazer próprios desta disciplina, e didáticas porque são atravessadas pela intenção de ensinar.

Também se tem tomado como ponto de partida para pensar os processos formativos o entendimento de que as decisões dos docentes ao ensinar se baseiam em uma rede complexa de ideias que interligam crenças, conhecimentos acadêmicos e marcas de suas trajetórias pessoais escolares e profissionais:

“Debemos tener en cuenta que, cuando un docente enseña un contenido, pone en juego sus concepciones, sus ideas acerca de la matemática, de cómo se aprende y de cómo se enseña, muchas veces sin pretenderlo, de modo implícito.

Además, las vivencias acerca de la matemática por las que pasó el maestro en la escuela primaria y en la secundaria suelen dejar una fuerte impronta, que muchas veces persiste más allá de las experiencias vividas durante sus estudios superiores. Frecuentemente, al comenzar su práctica profesional, y ante la desestabilización que produce ese contexto, inseguro y cambiante, los maestros pueden dejar de lado lo que estudiaron en los institutos, para “enseñar cómo les enseñaron” durante sus trayectorias escolares anteriores.” (Agrasar, Chemello, Chara y Crippa, n.d., p. 3)

Entendendo que as estratégias formativas devem contemplar ambas dimensões do conhecimento – o matemático e o didático – e tomando por princípio a necessidade da reflexão crítica do docente a respeito das suas próprias concepções, reconhecendo-as, explicitando-as, discutindo-as, temos considerado a pertinência de propor situações formativas denominadas situações de dupla conceitualização, definidas por Lerner (2002) como

“(...) aquellas que perseguen um duplo objetivo: conseguir, por um lado, que os professores construan conocimientos sobre um objeto de ensino e, por outro lado, que elaboren conocimientos referentes às condições didáticas necessárias para que seus alunos possam apropriar-se desse objeto.” (p. 107).

Segundo Lerner, Torres e Cuter (2007), as situações de dupla conceitualização

“oferecem aos professores a oportunidade de se situar do ponto de vista de seus estudantes, “de viver na própria carne” os problemas a ser

enfrentados para resolver a tarefa proposta, assim como as dificuldades que se podem apresentar e a colaboração necessária para superá-las. Compreender melhor a natureza da atividade intelectual que as crianças terão de realizar permite valorizar seus esforços, produções e descobertas e obriga – também – a afinar as condições que consideram ao organizar a classe”. (p. 100).

É importante ressaltar que, no sentido em que tomamos o conceito de dupla conceitualização, não temos a pretensão de ensinar matemática aos docentes nas situações de formação, mas sim favorecer que eles “construam uma nova relação com ela” (Novembre, 2013) e ressignifiquem conceitos. Assim, trataremos a dupla conceitualização como uma estratégia que favorece que os docentes reelaborem sua relação com a matemática e aprofundem seus conhecimentos didáticos, tal como proposto por Novembre:

“En estos encuentros de capacitación no se trata de enseñarles matemática a los docentes, sino de intentar que construyan una nueva relación con ella. Pensamos en una relación en la que no solo sean capaces de resolver problemas, sino que puedan pensarlos como herramientas de enseñanza, como parte de una secuencia, y anticipar qué estrategias pueden poner en juego los alumnos, qué intervenciones son posibles, cuándo y cómo proponer momentos de discusión colectiva, qué sistematizar, qué dejar registrado en los cuadernos, etcétera.” (2013, p. 255).

As situações de dupla conceitualização se inserem em um rol de estratégias formativas que tomam simultânea e integradamente os conhecimentos didáticos e disciplinares, tais como a análise de produções infantis (que busca identificar as hipóteses das crianças a respeito de determinado objeto de conhecimento) e análise de trechos de aula a partir de vídeos e outros registros, (que busca explicitar as hipóteses didáticas subjacentes ao trabalho do professor), entre outras.

É importante destacar que não consideramos que, isoladamente, as situações de dupla conceitualização garantam que os professores realizem deslocamentos significativos em suas concepções e práticas. Além disso, ao se

constatar, nos percursos de formação, avanços nas direções desejadas, é preciso considerar a possibilidade de existirem outros fatores que afetam as concepções e práticas dos docentes e lhes permitem reelaborá-las, dos quais não temos conhecimento nem controle, como estudos que eles venham a desenvolver por conta própria, participação em outros processos formativos, participação em atividades potentes dentro da escola (como, por exemplo, compartilhamento de práticas e reflexões feitos com seus colegas acerca de situações vividas).

4. Referencial Conceitual e Teórico

Para explicitar o referencial conceitual e teórico que baseia este trabalho, começamos refletindo sobre as questões colocadas por Agrasar e Chemelo:

“Abordar la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática en la escuela, y en la formación docente, requiere poner en el centro del debate la concepción de Matemática que se sostiene. ¿Qué es hacer Matemática? ¿Qué tipos de tareas son propias de este hacer? ¿Cómo se argumenta sobre los resultados que se obtienen y los procedimientos que se usan?” (2008, p. 7).

Em relação à concepção de Matemática a que referimos na nossa prática e nesse trabalho, procuramos nos referir a Bernard Charlot, que a enxerga como uma ciência a ser construída, modificada, sendo cada aprendiz um agente dessa construção:

“¿Qué es estudiar matemáticas? Mi respuesta global será que estudiar matemáticas es efectivamente HACERLAS, en el sentido propio del término, construirlas, fabricarlas, producirlas, ya sea en la historia del pensamiento humano o en el aprendizaje individual. No se trata de hacer que los alumnos reinventen las matemáticas que ya existen sino de comprometerlos en un proceso de producción matemática donde la actividad que ellos desarrollen tenga el mismo sentido que el de los matemáticos que forjaron los conceptos matemáticos nuevos. (...)”

A esta idea de uma matemática dada, bajo una u otra forma, contrapongo la idea de una matemática construida, diría incluso, utilizando de una manera

un poco provocativa el vocabulario de la técnica, una matemática fabricada. La actividad matemática no es mirar y descubrir, es crear, producir, fabricar. Los conceptos matemáticos no son un bien cultural transmitido hereditariamente como un don o socialmente como un capital, sino el resultado de un trabajo del pensamiento, el trabajo de los matemáticos a través de la historia, el del niño a través de su aprendizaje.” (1986, p. 1)

Para pensar sobre estratégias de formação de professores, temos de refletir sobre que sentido tem a produção de conhecimento matemático – tanto para o aluno quanto para o professor – na sala de aula. Nossa perspectiva se identifica com a ideia de “trabalho criativo”, em que se modificam, em algum nível, todos os envolvidos:

“Ahora bien, en un sentido más amplio, puede decirse que todo aquel que hace matemáticas participa *de alguna manera* en un trabajo de ‘creador’. En efecto, *el que utiliza matemáticas* conocidas para resolver un problema matemático clásico muy a menudo tendrá que *modificar ligeramente* el modelo matemático para adaptarlo a las peculiaridades de su problema, lo cual comporta además la posibilidad de enunciar y abordar problemas nuevos.

Análogamente, *el que enseña matemáticas* se ve llevado a reformular los conocimientos matemáticos que enseña en función de los tipos de problemas que sus alumnos deben aprender a resolver.

Por último, y aunque parezca sorprendente, también podemos decir que *el que aprende matemáticas* ‘crea’ matemáticas nuevas. Basta en efecto con relativizar el adjetivo ‘nuevas’: los alumnos no crearán conocimientos nuevos para la humanidad, pero sí podrán crear matemáticas *nuevas para ellos* en cuanto grupo de alumnos. Cuando un alumno demuestra que la suma de dos números naturales impares consecutivos es un múltiplo de 4, acaba de establecer un pequeño teorema nuevo, para él.” (Chevallard Y., Gascón y Bosch, M., 1997, p.56).

Tomaremos como aporte teórico para pensar a gestão da sala de aula de matemática a Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau, que concebe a

sala de aula como um espaço de produção de conhecimento por uma comunidade matemática, em que o professor tem papel fundamental:

“Guy Brousseau (1986, 1988a, 1988b, 1995, 1998, 1999) propone un modelo desde el cual pensar la enseñanza como un proceso centrado en la producción de los conocimientos matemáticos en el ámbito escolar. Producir conocimientos supone tanto establecer nuevas relaciones como transformar y reorganizar otras. En todos los casos, producir conocimientos implica validarlos, según las normas y los procedimientos aceptados por la comunidad matemática en la que dicha producción tiene lugar.(...) en la Teoría de Situaciones, la clase es concebida como una comunidad matemática de producción de conocimiento en la que el docente es a la vez miembro de dicha comunidad y representante del saber erudito.” (Sadovsky, 2005. p.17)

De que maneira esta concepção de ensino de matemática e de prática docente dialoga com a formação de professores? Entendemos que este diálogo acontece ancorado no princípio da homologia de processos (Alarcão, 1996, Schön, 2007), que indica a importância do professor vivenciar, em seu processo formativo, de forma reflexiva, as estratégias de ensino que irá desenvolver junto aos seus alunos. Pautada por esse princípio, a estratégia de dupla conceitualização propõe a coerência entre a perspectiva didática que orienta os programas e reuniões de formação de professores e a perspectiva didática que entende a sala de aula como uma comunidade de produção de conhecimentos matemáticos.

O conceito de conhecimento didático presente nesse trabalho é importante, na medida em que se constitui como uma das dimensões que compõem a estratégia de dupla conceitualização. Tomamos a descrição de Mirta Castedo, que refere a esse conceito no contexto da área de linguagem:

“En principio, entendemos por *conocimiento didáctico* un conjunto organizado de respuestas validadas en las aulas –siempre provisional y contextualmente– ante problemas tales como:

- La progresión de los saberes y conocimientos que se decide presentar a los niños a partir de una selección realizada en función de determinados propósitos.
- El diseño de ciertas situaciones para comunicar estos saberes y conocimientos.
- Los tipos de intervenciones que el docente puede desplegar durante el desarrollo de la situación, especialmente, ante los errores de los alumnos.
- La forma más adecuada para organizar la clase y distribuir roles en cada situación de lectura y de escritura.
- La construcción de indicadores para analizar el avance de la situación y de los alumnos, etcétera.” (2007, p. 8).

O conteúdo matemático tratado na situação de formação de professores analisada neste trabalho é o cálculo mental, definido em oposição ao cálculo algorítmico, como “o conjunto de procedimentos em que, uma vez analisados os dados a serem tratados, estes se articulam, sem recorrer a um algoritmo preestabelecido para obter resultados exatos ou aproximados”. (Parra, 1996. p.189).

5. Antecedentes

As situações de formação docente em matemática que abarcam as duas dimensões – matemática e didática – foram descritas, em 1991, por Règine Douady e Aline Robert sob a denominação de “*double institutionnalisation*”:

“(...) desenvolvemos a ideia de “dupla institucionalização”, matemática e didática: foram praticadas atividades matemáticas ao nível de alunos-professores, com um propósito de aprendizagem matemática, marcada pela primeira conceitualização (matemática) e uma avaliação. Em seguida, um segundo nível, reflexivo, permitiu abordar a descontextualização do que poderia ser generalizado nas atividades anteriormente vividas, e complementado por apresentações.” (Douady, R. e Robert., A. 1991, p 1. Tradução nossa).

Em 1995, Michèle Artigue, descreve o emprego, nos institutos de formação franceses de formação docente, dentre outras estratégias, de situações de dupla conceitualização – ainda que não sejam nomeadas dessa maneira pela autora:

“Presentación de unas situaciones más abiertas y ricas con estrategias que combinan homología y transposición¹. Buscamos que los futuros profesores reflexionen sobre las variables didácticas; sobre el análisis de la situación desde el punto de vista del alumno y desde el punto de vista del profesor; sobre las adaptaciones compatibles con el significado de la situación; y sobre las maneras de prolongar el trabajo en clase con trabajo privado o semiprivado del alumno.” (1995, p. 21).

Delia Lerner, em 2002, e posteriormente Lerner, Torres e Cuter (2007), formulam e descrevem estratégia análoga no contexto da formação docente da área de linguagem, denominando-a ‘situação de dupla conceitualização’:

“A especificidade desta estratégia formativa consiste em favorecer que os professores exerçam comportamentos próprios de leitores e escritores, para poder depois conceitualizar tanto os comportamentos exercidos como as características da situação didática da qual participaram.” (Lerner, Torres e Cuter, 2007, p.71).

Alain Kuzniak (2007) descreve o emprego da estratégia de dupla conceitualização no contexto de formação de professores de matemática:

“A gestão da aula seguida pelo professor segue uma série de etapas que podem ser analisadas a partir da teoria das situações didáticas de Brousseau, com fases de ação, formulação e validação. O formador também sugere modalidades de gestão da sala de aula (trabalho em grupo, cartazes, síntese) que ele poderá usar em seus cursos. Por outro lado, neste problema os alunos² criam representações muito variadas da situação, como gráficos, tabelas cartesianas, desenhos ou fórmulas algébricas. Existem várias formas de modelar o problema e de resolvê-lo:

¹ A autora se refere à classificação feita por Alain Kuzniak das estratégias de formação, citada no mesmo artigo.

² O autor se refere aos alunos-professores.

este ponto também é um dos eixos da formação que tenta romper com a ideia de que apenas uma solução formal (e única) pode ser usada para resolver um problema.” (Kouzniak, 2007. p. 34. Tradução nossa.)

Monica Agrasar e Graciela Chemello (2008) descrevem em seu artigo o uso de situações de dupla conceitualização (sem nomeá-las dessa forma) na formação de professores, pontuando a importância de considerar a reelaboração dos conhecimentos matemáticos pelos docentes em situações de resolução de problemas, simultaneamente à reflexão sobre a dimensão didática da produção do conhecimento envolvida.

Novembre (2013) descreve uma situação de formação de professores em que coloca foco na potencialidade da estratégia formativa de dupla conceitualização (ainda que a autora não empregue o termo) para colocar os docentes em situação de “fazer matemática”, segundo o marco teórico da resolução de problemas, com o propósito de identificar as condições necessárias para a consecução dessa proposta didática.

Agustina Peláez e Gabriela Hoz (2016) descrevem, no contexto de formação de professores rurais para o ensino da língua, uma situação formativa de dupla conceitualização:

“(...) Esto constituyó el primer momento de la doble conceptualización en el cual las docentes ejercieron quehaceres propios de los lectores y conformaron una comunidad en la cual se debatió sobre un corpus de obras comunes y ciertas maneras de comentarlas, de confrontar diferentes interpretaciones, de recomendarlas... La lectura compartida de las tres versiones de “Pedro y el lobo” se realizó con un primer propósito de leer juntos obras literarias. Sin embargo, las situaciones de doble conceptualización tienen un segundo propósito vinculado a conceptualizar los quehaceres ejercidos y las características de la situación didáctica de la cual se participa.” (Hoz A. e Peláez, A. 2016, p. 145).

Embora não tratem da dupla conceitualização especificamente, Sadovsky e Panizza (1995) discutem no artigo “Problemas didácticos en capacitación docente” importantes aspectos envolvidos na formação docente que se vinculam

à estratégia de dupla conceitualização, com o objetivo de favorecer a reelaboração de conceitos que perderam seu significado no meio educacional.

6. Contexto da prática profissional

A prática profissional descrita e analisada neste trabalho se inscreve no contexto de um programa de formação continuada em matemática voltado para educadores que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental na rede pública municipal de Itapevi, no Estado de São Paulo, iniciado em maio de 2019 e com previsão de término em novembro de 2020³. O programa é resultado de uma parceria entre uma instituição de terceiro setor e a prefeitura municipal de Itapevi e conta com a parceria técnica da instituição na qual eu trabalho.

Participam 16 escolas das 42 escolas de anos iniciais do Ensino Fundamental⁴ do município, que foram selecionadas pela equipe da secretaria de educação do município - cujo critério adotado para participação no programa foram os baixos resultados nas avaliações de grande escala obtidos por tais escolas. Uma vez indicada para participar do programa de formação, cada escola indicou um professor de cada ano para participar, em caráter não-obrigatório, além do coordenador pedagógico⁵.

Neste programa, atuo como formadora de professores de 1º a 5º anos do Ensino Fundamental e de coordenadores pedagógicos. Na função de formadora, junto com a equipe do programa de formação, composta por mais duas pessoas, elaboro o escopo, os planejamentos de reuniões e os materiais de apoio à formação.

³ O último encontro presencial ocorreu em 13 de março de 2020. Desde então, devido à necessidade de distanciamento social imposta pela pandemia da Covid-19, a formação tem continuidade de forma remota, por meio de uma plataforma virtual (Moodle) e reuniões síncronas via Meet.

⁴ No Brasil o Ensino Fundamental compreende 9 anos e é dividido em duas etapas: anos iniciais do Ensino Fundamental, que incluem os 1º a 5º anos, e anos finais do Ensino Fundamental, que incluem 6º a 9º anos. Os cinco anos de escolaridade dos anos iniciais Ensino Fundamental correspondem aos cinco primeiros anos de escolaridade primária na Argentina.

⁵ Nas escolas brasileiras, o coordenador pedagógico tem, junto com o diretor da escola, papel de gestor pedagógico. Sua função principal é a de acompanhar o trabalho docente, com especial responsabilidade em formar professores e ampliar seus conhecimentos didáticos. Essa função, ao lado de outras atribuições, ligadas à busca de garantir o desenvolvimento do projeto pedagógico da escola, conferem ao coordenador um papel central na articulação das aprendizagens dentro da instituição. Entretanto, vale dizer que esse papel, muito frequentemente, não é plenamente exercido, por motivos que fogem à análise deste trabalho.

Nas reuniões de formação – presenciais ou remotas – os professores são agrupados de acordo com o ano em que lecionam. Cada grupo de professores é constituído por, no máximo, 16 docentes – um professor por escola em cada ano.⁶

Desde o princípio do programa, os grupos de professores não se mantiveram constantes, havendo a cada reunião uma pequena parcela de participantes ausentes e outra de participantes novos, ainda que houvesse recomendações em contrário. No início de 2020 percebeu-se que, por motivos da mobilidade existente a cada início de ano na rede educacional de Itapevi, e de chamada de um novo concurso público, cerca de 60% dos professores participantes eram novos no programa, o que pedia algumas medidas para integrá-los ao processo que estava sendo desenvolvido. O tema que vinha sendo objeto de estudo na formação desde novembro de 2019 era cálculo mental. Assim, antes de dar continuidade ao ciclo, havia a necessidade de integrar esses novos professores à discussão sobre o trabalho em sala de aula com cálculo mental. Além disso, era necessário considerar que eles estavam alheios ao enfoque no qual vínhamos desenvolvendo as discussões – o ensino a partir da resolução de problemas, numa perspectiva didática que assume a aula de matemática como um espaço de produção social e cultural de ideias e de conhecimento. Vale dizer que a resolução de problemas vem sendo abordada de início e permanentemente no percurso formativo: a abordagem aos temas e conteúdos trabalhados nos ciclos se desenvolve no sentido de conceitualizar a noção de problemas e de refletir sobre as condições didáticas para a construção de conhecimento matemático a partir da resolução de problemas. Sendo assim, integrar os novos participantes ao processo já em andamento colocava o desafio não só de atualizá-los em relação ao conteúdo matemático – cálculo mental – como também inseri-los na perspectiva didática que vinha sendo proposta.

Assim, em março de 2020, antes de dar continuidade ao percurso de formação com todos os professores participantes do programa, foi realizada uma reunião “extra” somente para os novos participantes, que teve a peculiaridade de atender a esta demanda específica, de integrar os novos participantes ao estudo sobre o ensino do cálculo mental, na perspectiva de resolução de problemas.

⁶ Destas reuniões, além dos professores, participam: um grupo de três a cinco coordenadores pedagógicos e a equipe de secretaria da educação que acompanha o programa.

A reunião, ou melhor, as reuniões (uma pela manhã e outra à tarde, para contemplar os professores que atuam em ambos os turnos), foram realizadas no dia 4 de março de 2020. Elas foram parcialmente registradas em vídeo e serão objeto de análise deste trabalho, com o propósito de estudar situações que possam ser caracterizadas como situações de dupla conceitualização.

Também serão objeto de análise alguns pontos do planejamento da reunião pela equipe da qual faço parte, com a finalidade de identificar as escolhas e decisões feitas, suas intencionalidades, para analisá-las à luz dos efeitos produzidos no grupo.

7. Reunião de formação – descrição e análise da prática

7. 1. Conteúdo matemático: cálculo mental

O conteúdo matemático tratado na situação de formação de professores analisada neste trabalho é o cálculo mental, definido em oposição ao cálculo algorítmico (Parra, 1996). Isto significa que referimos como cálculo mental aos procedimentos de cálculo que são elaborados de forma não algorítmica - ainda que possam se utilizar de algoritmos em alguns passos intermediários, e que incluem procedimentos escritos e não escritos, diferentemente do que é concebido por outros enfoques didáticos e mesmo pelo senso comum.

Pensar o ensino do cálculo mental nesta perspectiva coloca a necessidade de ressignificar o conceito e as práticas de ensino de cálculo. Tomar o cálculo mental como objeto de trabalho na formação de professores significa, necessariamente, propor um enfoque didático que entende a sala de aula como espaço para o tratamento de relações matemáticas, em situação fortemente marcada por interações sociais. Constitui, então, uma situação privilegiada para uma proposta de formação que se propõe a tratar das questões didáticas e matemáticas de forma integrada.

Segundo Parra (1996), do ponto de vista dos alunos, o trabalho com o cálculo mental influi na capacidade de resolver problemas, aumenta o conhecimento do campo numérico e favorece a melhor relação do aluno com a matemática. Do ponto de vista dos professores envolvidos em processo de formação, temos percebido que tomar o cálculo mental como objeto de estudo

tem sido uma oportunidade privilegiada para a análise das condições didáticas para se produzir conhecimento matemático nas salas de aula. À medida em que os professores avançam no estudo sobre o cálculo mental, passam a assumir uma nova perspectiva sobre o trabalho com estes conteúdos, reorientando seu ensino; por vezes, abandonando condutas ou propostas que vinham sendo praticadas de maneira automática.⁷

No percurso de formação no município de Itapevi com os professores e coordenadores pedagógicos no ano de 2019 pudemos verificar que o entendimento predominante a respeito de cálculo mental era o de uma habilidade pessoal, desenvolvida por uma parte das pessoas (geralmente vinculadas a um tipo de atividade profissional como o comércio), ou a uma característica natural, uma aptidão ou “dom”. Percebemos a existência de uma concepção de cálculo mental como cálculo não escrito, ágil, rápido, “feito na cabeça”, ou seja, sem apoio em registros escritos. Também pudemos verificar não haver um trabalho docente intencional e sistemático voltado para o desenvolvimento do cálculo não-algorítmico: ao contrário, do primeiro ao quinto anos, os algoritmos das operações ocupam lugar central no ensino do cálculo. Nos documentos oficiais da rede aos quais tivemos acesso, o cálculo não algorítmico não é incluído como um conteúdo curricular, portanto, entendemos que, de maneira geral, não é objeto de trabalho nas salas de aula do município.

Além disso, pudemos tomar contato com o fato de que, de maneira geral, os professores tiveram trajetórias como estudantes de matemática pautadas por um ensino baseado na mecanização e repetição, donde deduzimos que também eles tiveram prevalência de aprendizagens de cálculo algorítmico sobre outras formas de cálculo.

⁷ Um exemplo disto: no cálculo mental os números são tomados globalmente, o que favorece operar com eles, a partir dos conhecimentos e das relações se puder estabelecer. Este fato evidencia a inadequação da prática (recorrente no contexto analisado neste trabalho) de solicitar aos alunos que representem os números com seus algarismos separados em colunas, com os nomes das respectivas ordens (c, d, u), sem dar qualquer uso ou sentido a essa forma de representação.

7.2. Planejamento da reunião

A partir do que foi exposto no item anterior, entendemos que a reunião de formação a ser realizada com os novos integrantes deveria se desenvolver segundo os passos descritos no quadro a seguir, que descreve as intencionalidades de cada momento:

Proposta de atividade	Intencionalidades
a) Explicitar o que é entendido pelo grupo como “cálculo mental”;	Provocar uma primeira conceitualização por parte dos participantes, a partir das suas concepções sobre cálculo mental.
b) Provocar a elaboração de procedimentos de cálculo não algorítmico, individualmente e em situação de interações sociais;	Instalar uma situação de produção individual e em grupos de um cálculo multiplicativo, acionando recursos de cálculo mental.
c) Analisar as produções e identificar os conhecimentos matemáticos envolvidos nestes procedimentos	Identificar, reconhecer e nomear regularidades do sistema de numeração, propriedades das operações envolvidas nos procedimentos de cálculo elaborados, bem como o repertório de cálculo memorizado envolvido. Relacionar os procedimentos de cálculo não algorítmicos com o algoritmo convencional da multiplicação.
d) Conceitualização: cálculo mental	Conceitualizar cálculo mental como “o conjunto de procedimentos em que, uma vez analisados os dados a serem tratados, estes se articulam, sem recorrer a um algoritmo preestabelecido para obter resultados exatos ou aproximados”.
e) Refletir sobre a importância do ensino do cálculo mental na	A partir do que foi percebido em c) e d), entender o cálculo mental como um conteúdo

escola;	de trabalho ao longo dos cinco anos do Ensino Fundamental I.
f) Analisar as condições didáticas que favorecem a elaboração de procedimentos de cálculo mental.	Identificar, nos momentos b) e c) da reunião, quais foram as condições que favoreceram o trabalho matemático desenvolvido; e em que medida.

Nesse trabalho, o foco de análise recai sobre os itens b), c) e f), pois englobam as situações centrais da dupla conceitualização: um trabalho de produção pessoal e em grupos (item b), um trabalho de análise matemática das produções (item c) e um trabalho de análise das condições didáticas em que se trabalhou (item f).

7.3. Análise da reunião

7.3.1. Desenvolvimento do item b) da pauta de reunião: Provocar a elaboração de procedimentos de cálculo não algorítmico, individualmente e em situação de interações sociais.

7.3.1.1. Primeiro momento: Trabalho individual de elaboração de procedimentos de cálculo

A consigna feita pela formadora⁸ aos professores foi:

“Consideremos o seguinte problema:

Um avião de voos internacionais transporta no máximo 390 passageiros. Quantos passageiros ele consegue transportar em 25 viagens, considerando que todos os lugares estão sempre ocupados?

⁸ A partir deste ponto me refiro à formadora em terceira pessoa, ainda que tenha sido eu, autora deste trabalho, a conduzir as formações; esta decisão tem o objetivo de favorecer o distanciamento das análises das tomadas de decisão e intervenções realizadas.

Esse problema pode ser resolvido pelo cálculo: 390×25 .

Resolva o cálculo 390×25 de duas formas diferentes.

Registre os procedimentos de cálculo que você utilizou de forma clara, que comunique como você os elaborou.

Nesta etapa, em que os professores trabalhavam individualmente, nosso objetivo era que fossem elaborados procedimentos de cálculo diversos, e registrados de maneira a explicitar os recursos e estratégias utilizadas. A consigna “*Resolva o cálculo 390×25 de duas formas diferentes*” tinha a intenção de provocar o surgimento de procedimentos não algorítmicos.

A escolha do cálculo 390×25 foi baseada no fato de que a multiplicação de um número de 3 algarismos por um número de 2 algarismos implica em uma série de passos que são elaborados a partir de conhecimentos que não ficam explícitos no algoritmo convencional: a decomposição aditiva de cada um dos fatores, a multiplicação das parcelas resultantes das decomposições umas pelas outras, a soma dos resultados parciais obtidos e a importância de se considerar o valor posicional dos algarismos durante todo o processo. Antecipamos que a existência de tantos passos “convidaria” os participantes a procurar estratégias menos trabalhosas, considerando cuidadosamente os números envolvidos, articulando com seu repertório matemático, para encontrar possíveis “atalhos”.

Ao proporcionar algum tempo para o trabalho individual dos professores, nossa intencionalidade era a de favorecer o surgimento de uma diversidade de respostas; e também que os professores vivenciassem as diferentes formas de organização social para resolver de problemas, de forma a poder analisar, posteriormente, a potencialidade de cada uma para as aprendizagens.

Circulando pela sala nesse primeiro momento de elaboração individual, foi possível verificar que, para alguns professores, a atividade mostrou-se trivial, enquanto que, para outros, pareceu desafiadora: houve professores que se mostraram impossibilitados de começar a fazer o que era pedido, deixando a folha em branco. Foram percebidas as seguintes impossibilidades:

- O professor não tinha conhecimento de uma outra forma de resolver a multiplicação além do algoritmo convencional, por falta de repertório matemático.
- O professor se mostrava confuso a respeito do que se esperava dele, e supunha que o que sabia fazer não era útil naquele momento, entendendo que se esperava dele alguma outra coisa. Alguns professores entendiam – ainda que não houvesse nenhuma indicação nesse sentido – que deveriam dar as respostas que seus alunos dariam para o problema.

No segundo caso, podemos pensar este “mal-entendido” em termos do conceito de contrato didático, fazendo uma analogia entre a relação que se estabelece na situação de formação com as relações presentes na sala de aula entre professor, aluno e o conhecimento matemático. A respeito do contrato didático, Sadovsky (2005) coloca:

“Las interacciones entre docente y alumno en la clase, están muy marcadas por lo que cada uno de los actores espera del otro a propósito de un cierto conocimiento. Efectivamente, las prácticas cotidianas del aula llevan a los alumnos a hacerse una representación interna acerca de aquello que está permitido y aquello que no es posible, con relación a cierta cuestión matemática. De esta manera los alumnos elaboran un conjunto de normas que monitorean su accionar, en el sentido de que habilitan ciertas posibilidades e inhiben otras.”(p. 11).

Nessa perspectiva, nossa demanda (“produza duas diferentes resoluções para este cálculo”) não corresponderia ao que o professor supunha que um formador pudesse pedir, ou, visto de outra maneira, produzir diferentes resoluções para um cálculo não seria algo a ser realizado por um professor na situação de formação. Esta “quebra” de expectativa se manifestou como impedimento ou recusa em produzir o que foi proposto.

“Cuando uno de los dos actores de la relación didáctica (docente o alumno) hace algo con respecto al conocimiento que es inesperado por el otro, se produce una ruptura, y todo ocurre como si hubiera habido un contrato que regulara las conductas permitidas: *“...las cláusulas de ruptura y de realización del contrato no pueden ser descritas con*

anterioridad. El conocimiento será justamente lo que resolverá la crisis nacida de estas rupturas que no pueden estar predefinidas. Sin embargo en el momento de estas rupturas todo pasa como si un contrato implícito uniera al profesor y al alumno: sorpresa del alumno que no sabe resolver el problema y que se rebela porque el profesor no le ayuda a ser capaz de resolverlo, sorpresa del profesor que estima sus prestaciones razonablemente suficientes..., rebelión, negociación, búsqueda de un nuevo contrato que depende del “nuevo” estado de los saberes...adquiridos y apuntados” (Brousseau, G.; 1986, citado por Sadovsky, 2005, p. 12).

No primeiro caso, a formadora fazia algumas intervenções junto aos professores – sempre individualmente – no sentido de que buscassem alguma ideia ou caminho que considerassem válidos, mesmo que não fossem suficientes para chegar ao resultado final do cálculo. No segundo caso, em que o que parecia acontecer era um “mal-entendido” a respeito do que era proposto - a formadora conversava com o professor no sentido de verificar quais eram suas hipóteses sobre o que se esperava dele, e ia ajustando, tranquilizando, confirmando umas e descartando outras expectativas.

A formadora também verificou que alguns registros de procedimentos eram muito concisos, herméticos, em que os recursos utilizados não eram explicitados. Nesses casos, as intervenções da formadora foram feitas no sentido de indicar que seria difícil para um colega leitor compreender quais teriam sido as escolhas e os cálculos feitos. Foi possível perceber que, na maioria dos casos de registros insuficientes, os professores não sabiam refazer o percurso, pois não se davam conta de quais recursos colocaram em jogo em cada cálculo; ou não sabiam comunicar o que pensaram, sentindo-se pouco à vontade para comunicar um recurso usando uma linguagem que ele considerasse pouco “formal” ou “não matemática”. Nesse último caso, novamente o conceito de contrato didático nos auxilia a interpretar esse fato: podemos supor que os professores possuem uma ideia ou representação a respeito do que é esperado pela formadora – ou o que ela representa – e, entendendo que sua produção não possa satisfazer esta expectativa, prefere não externá-la, não compartilhá-la.

Além disso, podemos considerar, para efeito de análise, que a dificuldade em registrar os cálculos não está dissociada da dificuldade em pensá-los e elaborá-los, conforme coloca Sadovsky (2007):

“Nas práticas de ensino está muito difundida a ideia de que as representações semióticas constituem um modo de registrar por escrito o já pensado. Trata-se, porém, de uma ideia difícil de sustentar quando nos conscientizamos de que os objetos matemáticos só existem *por meio* das ferramentas inventadas para expressá-los, e de que as possibilidades de produção de conhecimento estão condicionadas à disponibilidade dessas ferramentas.” (p. 31).

Esse conjunto de fatos indicou que, para a maior parte do grupo de professores, a proposta se constituiu em um problema, no sentido colocado por Vergnaud (1983, citado por de Agrasar e Chemello , 2008, p.12):

“Problema es todo lo que, de una forma u otra, implica por parte del sujeto la construcción de una respuesta o de una acción que produce un efecto determinado. La noción de problema comporta, pues, la idea de novedad, de algo nunca hecho, de algo aún no comprendido”.

Este caráter de novidade que a proposta de atividade originou no grupo superou o que havíamos antecipado, pois no momento da reunião percebemos que parte dos professores enfrentaram dificuldades em realizar um cálculo não estritamente algorítmico. Por um lado, isso poderia dificultar, nos momentos seguintes, aprofundar a análise matemática dos procedimentos de cálculo; por outro lado, poderia permitir um maior aprofundamento nas análises didáticas que se seguiriam: analisar o que constitui um problema, o que ele coloca em jogo, o papel das interações etc. Nesse sentido, coincidimos com o que coloca Agrasar:

“Estrictamente, sabemos que no es posible decidir a priori si un problema resulta adecuado o no para una clase, ya que el nivel de problematización que genera una consigna para un grupo de estudiantes de formación docente es naturalmente diverso y en su resolución se pondrán en juego distintos niveles de generalidad en la conceptualización, usos diferentes del lenguaje y modos de argumentación más pragmáticos o más intelectuales. Esto, que en principio podría interpretarse como un obstáculo, es una

oportunidad en términos de su potencial para una gestión que priorice la producción y su posterior análisis didáctico.” (2009, p.85).

7.3.1.2. Segundo momento: Trabalho de análise em grupos, seleção e registro dos procedimentos de cálculo

A consigna ao grupo neste momento foi:

- A) Organizem-se em grupos de 4 pessoas.
- B) Cada grupo deve selecionar três diferentes formas de resolver o cálculo 390×25 .
- C) Registrar os três procedimentos de cálculo numa folha grande de papel de forma bem visível, para que todos na sala possam ler.
- D) Uma vez terminado, afixar a folha em uma das paredes da sala.

Para a organização dos grupos, a formadora fez algumas sugestões, utilizando como apoio as suas anotações sobre os procedimentos elaborados no momento individual, procurando garantir que num mesmo grupo houvesse diversidade de procedimentos.

A atividade de selecionar três entre a totalidade de produções existentes em cada grupo cobrava dos professores uma primeira análise das produções. O critério a ser utilizado – serem diferentes entre si – colocava em jogo interpretar os registros, identificar as operações, regularidades, propriedades utilizadas, ainda que não se nomeasse cada uma nesse momento, para separar as diferentes e descartar as iguais ou parecidas. Dessa forma, a simples atividade de selecionar três registros constituiu-se em um momento de aprendizagem a respeito de cálculos multiplicativos. Como indica Sadovsky,

“A exigência de interpretar determinada representação semiótica requer desvendar as relações nela implícitas, o que dá lugar à produção de conhecimento.” (2007, p.32)

A insuficiência de alguns registros – no sentido de constituir-se como como recurso eficiente para comunicar as escolhas feitas no cálculo – ficou evidente no momento do trabalho em pequenos grupos. Neste momento, alguns professores,

ao relatar para seus colegas como haviam procedido, percebiam que seus registros eram insuficientes para comunicar o procedimento utilizado, então, verbalmente, explicavam como tinham feito o cálculo. Em alguns casos foi possível observar professores procurando interpretar os registros de um colega que tinha dificuldade em verbalizar o que havia feito, procurando ao final a confirmação do autor do registro sobre a interpretação feita. Todas estas trocas favoreceram que aqueles professores que não haviam desenvolvido nenhum procedimento de cálculo não algorítmico tivessem, nesta etapa, oportunidade de acercar-se melhor do conteúdo que seria discutido ao longo da reunião. Nesse sentido, pudemos perceber que interpretar as produções para compará-las – próprias e alheias – implicou em um trabalho matemático por parte dos docentes.

7.3.2. Desenvolvimento do item b) da pauta de reunião: Análise das produções para identificar os conhecimentos matemáticos envolvidos nos procedimentos de cálculo elaborados

Uma vez expostos os procedimentos elaborados pelos grupos, a formadora fez a seguinte pergunta: “Vocês encontram procedimentos semelhantes entre si? Quais são parecidos? Quais são diferentes?”

A intencionalidade desta proposta era de que os participantes iniciassem a análise dos registros a fim de verificar a existência de alguns passos intermediários semelhantes. Conforme os participantes indicavam alguma semelhança entre dois ou mais registros, a formadora assinalava os respectivos cartazes com um símbolo colorido. A outra finalidade da proposta, do ponto de vista da formadora, era identificar um conjunto de três ou quatro procedimentos, diferentes entre si, que seriam objeto de análise mais detalhada, no momento seguinte.

Interpretar coletivamente os registros de procedimentos elaborados pelos grupos para identificar semelhanças e diferenças mostrou-se muito potente, na medida em que favoreceu que compreendessem as relações existentes entre eles; e também que comesçassem a fazer perguntas a respeito dos registros que

não compreendiam; além disso, em alguns casos, que levantassem hipóteses sobre o sentido de algum procedimento não compreendido. Essa proposta os levou a ampliar o entendimento do que se coloca em jogo no cálculo mental, em especial no que diz respeito à escolha pessoal das estratégias. Ao analisar as diferenças entre dois procedimentos diversos, o professor T. comenta:

T.: *“Cada um tem um “campo confortável de raciocínio”, então... Muitas vezes o aluno faz isso e você não consegue entender.... Um faz com risquinhos para somar, pauzinhos, outro vai de cinco em cinco... O cálculo mental é quando você leva para um campo confortável de raciocínio, que para você, fica tranquilo de fazer... Então, se para mim é mais difícil multiplicar 390 por 5, então eu multiplico por 10 e depois eu divido a metade.”*

O professor T. refere às escolhas pautadas pelo repertório disponível que cada indivíduo possui. Vale dizer que mais à frente, na mesma reunião, pudemos explorar o termo *“campo confortável de raciocínio”*, para estabelecer que esse “campo” depende das aprendizagens referentes ao sistema de numeração (regularidades, decomposições, arredondamentos, aproximações), das propriedades das operações (distributiva, associativa, comutativa) e de cálculos memorizados. Dessa forma, o professor enunciou, com suas palavras, uma das características do cálculo mental: seu caráter particularizante (Parra, 1996).

Foi feita então a seguinte consigna:

Vamos olhar para alguns dos procedimentos elaborados por vocês e procurar identificar:

Que conteúdos matemáticos estão envolvidos em cada um? Quais os conhecimentos em jogo em cada um deles?

Tratava-se de voltar a atenção dos professores para identificar, reconhecer e nomear regularidades do sistema de numeração e propriedades das operações envolvidas nos procedimentos de cálculo. Havia as seguintes intenções nesta proposta: (1) ampliar o repertório matemático dos professores a respeito das estratégias de cálculo mental multiplicativo 2) indicar a potencialidade do trabalho em sala de aula com o cálculo mental, pela sua abrangência na articulação de conteúdos que envolvem números e operações; e (2) oferecer elementos para

que os professores possam analisar e interpretar as produções dos seus alunos, reconhecer a origem dos erros, conduzir discussões nas aulas e decidir por intervir ou não nas situações que se apresentem, como pontuam Agrasar y Chemello (2008):

“En la etapa de intervención, su formación debería darle elementos para analizar las producciones de los alumnos, pudiendo reconocer los conocimientos utilizados en forma implícita, para poder conducir la puesta en común sobre la validez de lo realizado (advertir errores, plantear nuevas preguntas para acortar la distancia entre los conocimientos que aparecen y el que quiere ver aparecer).” (p.8)

A seguir temos um exemplo das análises que foram feitas:

No registro da figura 1 lê-se: “Para realizar o cálculo utilizei a adição com base 5”. Na análise, a formadora pergunta a todos os participantes quem poderia explicar o significado desta frase, mas o grupo não pôde responder. A professora

Para realizar o cálculo
utilizei a adição com base 5

$$390 + 390 + 390 + 390 + 390 = 1.950$$

390 cada viagem somando
cinco vezes tenho 1.950

$$\begin{array}{r} 1.950 + 1.950 + 1.950 + 1.950 + 1.950 \\ \hline 5 \quad 10 \quad 15 \quad 20 \quad 25 \end{array}$$

TOTAL 9.750

25 = 5 x 5

FIGURA 1. A escrita $25 = 5 \times 5$ (em verde) não fazia parte do registro. Foi feita pela formadora no momento coletivo de análise deste registro.

autora da estratégia e seus colegas de grupo também não tiveram sucesso ao tentar explicar porque escreveram “adição com base 5” no cartaz: a professora indicava que fazia a soma de cinco parcelas de 390, para depois, somar cinco parcelas iguais ao resultado, mas não conseguia explicar por quê. Conforme fizemos coletivamente a análise do registro, os professores levantaram hipóteses sobre o significado do termo “base 5”, relacionando-o com o registro feito. Esclareceu-se que a estratégia se apoiava na fatoração do número 25 como

5×5 . Ao somar cinco parcelas iguais a 390, foi obtido o resultado correspondente a 390×5 (1.950). Ao somar cinco parcelas iguais a 1.950, obtinha-se o resultado correspondente a 1.950×5 (9.750). Assim, o procedimento se apoiava na fatoração do número 25 em 5×5 . Verificamos que o percurso para chegar ao resultado foi aditivo, e que não se colocou em jogo a propriedade associativa da

multiplicação: $25 \times 390 = (5 \times 5) \times 390 = 5 \times (5 \times 390) = 5 \times 1.950 = 9.750$; tal possibilidade foi colocada pela formadora neste momento da análise. Por fim, conforme a utilização da fatoração do número 25 foi explicitada e reconhecida por todos, a expressão “base 5” assumiu um sentido - um indicativo da decomposição multiplicativa do 25 como 5×5 .

Este exemplo deixa evidente que os registros dos passos intermediários envolvidos no cálculo só podem existir quando se tem consciência sobre os passos percorridos e os conhecimentos em que se apoiam. A partir disso, é possível supor que a dificuldade de diversos professores em elaborar os registros na etapa de trabalho individual se relaciona com o fato de os conhecimentos colocados em jogo – de maneira implícita – não terem sido reconhecidos no momento da sua elaboração, o que impedia que fossem explicitados. O momento da interpretação e análise dos registros mostrou-se fundamental para que tais conhecimentos fossem explicitados, reconhecidos e validados.

Entre os conhecimentos e conteúdos que foram identificados nos cálculos registrados, identificamos:

- Cálculos memorizados. → Como: $4 \times 25 = 100$, ou $10: 2 = 5$.
- Valor posicional → Como: o 2 do 25 equivale a 20, o 3 de 390 vale 300.
- Decomposição aditiva dos números → Como: $25 = 20 + 5$, ou $390 = 300 + 90$.
- Regularidade das multiplicações por 10 → ao multiplicar por 10, acrescenta-se um zero ao número, pois cada algarismo do número avança uma ordem à esquerda (como $10 \times 390 = 3.900$).
- Propriedade comutativa da multiplicação: → $25 \times 390 = 390 \times 25$.
- Propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição → $5 \times 390 = (5 \times 300) + (5 \times 90)$.
- Propriedade associativa da multiplicação: $25 \times 390 = 5 \times 5 \times 390$.
- Relações de proporcionalidade direta: Calcular 5×390 é o mesmo que calcular 10×390 e dividir o resultado por 2.

- Arredondamento e compensação, usando a distributiva da multiplicação em relação à subtração $\rightarrow 25 \times 390 = (25 \times 400) - (25 \times 10) = 10.000 - 250$.

Vale dizer que, embora tais conteúdos matemáticos fossem identificados pelos professores, de forma geral eles não eram nomeados formalmente; a maior parte do grupo desconhecia o nome das propriedades da multiplicação que estavam sendo indicadas. Assim, a listagem dos conteúdos foi feita coletivamente, entretanto, centralizada pela formadora, que se ocupou intencionalmente de nomear as propriedades que os professores identificavam, pretendendo, com isso, ampliar o repertório matemático do grupo.

Em seguida, propusemos ao grupo investigar quais eram as relações entre os procedimentos elaborados pelos professores e o algoritmo da operação de multiplicação, referente ao mesmo cálculo (390×25).

Para isso, a formadora “armou a conta” 390×25 no quadro à vista de todos e fez a seguinte consigna:

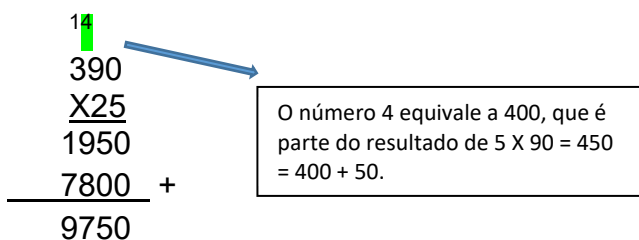
Vamos olhar para alguns dos procedimentos elaborados por vocês e também para o algoritmo convencional da multiplicação, para identificar:

Qual a relação entre o algoritmo convencional e a estratégia analisada?

O que eles têm em comum? E quais as diferenças?

Inicialmente os professores não se manifestaram espontaneamente para indicar a relação entre o algoritmo e os procedimentos de cálculo dos registros expostos. A formadora, então, faz a seguinte exploração:

“No algoritmo vemos o algarismo 4 escrito sobre o algarismo 3 do 390 (corresponde ao “vai 4”). Vocês saberiam indicar, nos procedimentos que vocês fizeram, onde está esse 4?”



$$\begin{array}{r}
 14 \\
 390 \\
 \times 25 \\
 \hline
 1950 \\
 7800 \\
 \hline
 9750
 \end{array}$$

O número 4 equivale a 400, que é parte do resultado de $5 \times 90 = 450 = 400 + 50$.

“Qual o motivo de se colocar um zero na casa mais à direita da segunda linha sob o traço, antes de começar a realizar as multiplicações do 2 pelo número 390? Onde se percebe isso nos procedimentos elaborados por vocês?”

$$\begin{array}{r}
 14 \\
 390 \\
 \times 25 \\
 \hline
 1950 \\
 7800 \\
 + \\
 \hline
 9750
 \end{array}$$

O zero é colocado nesta linha, pois este valor se refere à multiplicação de 20 por 390:
 $2 \times 390 = 780$
 $20 \times 390 = 7800$.

Indica um cálculo no cartaz: “A multiplicação 20×390 , que está presente neste cartaz (indique), onde ela está no algoritmo?”

$$\begin{array}{r}
 14 \\
 390 \\
 \times 25 \\
 \hline
 1950 \\
 7800 \\
 + \\
 \hline
 9750
 \end{array}$$

A multiplicação 20×390 corresponde ao número 7.800.

O objetivo dessa análise era indicar que os passos utilizados em alguns procedimentos não algorítmicos e no algoritmo possuem estreita relação, porém, enquanto o algoritmo é uma sequência pré-estabelecida de passos, os procedimentos de cálculo mental variam, pois resultam das escolhas dos seus autores, a partir dos seus conhecimentos matemáticos, do contexto e dos dados envolvidos. O algoritmo da multiplicação está estruturado na decomposição decimal dos números e na propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição. Já os procedimentos de cálculo mental podem se apoiar em outras decomposições e outras propriedades. A análise e comparação de ambos os tipos de cálculo indica que no cálculo mental, recursos muito diversos podem ser colocados em jogo, o que torna o trabalho com este conteúdo em sala de aula muito rico. Isso se deve ao fato de permitir operar com o mesmo número ou cálculo de diversas formas, favorecendo o desenvolvimento de um pensamento mais flexível tanto em relação aos números (as diversas possibilidades de

decomposição), quanto em relação às operações (as diversas possibilidades de realizar um mesmo cálculo).

Em função desta análise, a professora J. relatou para o grupo uma prática que desenvolve em sala de aula de 3º ano: o trabalho com o algoritmo longo da multiplicação, indicando que seu ensino permite uma transição entre as práticas de cálculo mental e o algoritmo. A professora indicou ao grupo que o algoritmo longo explicita os resultados dos cálculos intermediários que o algoritmo convencional aglutina. Foi discutido que no algoritmo longo, assim como nos procedimentos de cálculo mental, os algarismos são tomados pelo seu valor relativo (posicional), enquanto que no algoritmo convencional eles são tomados pelo seu valor absoluto. Este momento da reunião foi muito importante para o grupo, que desconhecia este tipo de algoritmo.

Para muitos professores, a análise do algoritmo e de sua relação com cálculos não algorítmicos é uma oportunidade de dar sentido aos algoritmos, que conhecem, por vezes, apenas de maneira mecânica, como uma sucessão de passos. Esta apropriação pelo professor é essencial para planejar o ensino do algoritmo de maneira articulada com outros procedimentos, para compreender os erros dos alunos e transformá-los em fatores constitutivos das aprendizagens, conforme indicam Agrasar y Chemello (2008):

“(...) volviendo al ejemplo de las operaciones, para un maestro en formación que, como alumno, vivió un aprendizaje muchas veces poco reflexivo, resulta esencial articular lo que conoce de las operaciones (definiciones, propiedades) con lo que conoce de las cuentas (técnicas). Discutir estas cuestiones en la formación le permitirá pensar en las cuentas que "sabe hacer" entendiendo las razones de los "pasos" y también abrir la posibilidad de otras maneras de "hacer las cuentas" ya que la fundamentación de las técnicas de cálculo está apoyada en el conocimiento del significado de la representación numérica y en las propiedades de las operaciones. Para hacerlo, habrá que pensar en la construcción de procedimientos de cálculo como un problema a resolver que admite distintas soluciones.” (P. 11)

7. 3.3. Desenvolvimento do item f) da pauta de reunião: analisar as condições didáticas que favorecem a elaboração de procedimentos de cálculo mental.

No momento da reunião indicado na pauta como f), foi entregue aos professores (e também apresentado coletivamente por meio de um projetor) o seguinte documento para orientar este momento da reunião:

Refletir sobre o que foi feito

Agora, é momento de pensar sobre o que foi feito durante o momento anterior. Reflita sobre as questões seguintes, para participar da discussão coletiva:

1. Pense sobre as características do problema (resolver o cálculo 390×25 de duas formas diferentes e registrá-las):

a) Constituiu um desafio, no sentido que você, a princípio, ainda não antecipava como fazer?

b) Mesmo que você ainda não soubesse a melhor estratégia para chegar à resposta, foi possível colocar o que você já sabia para construir a resposta?

c) Todos os participantes do seu grupo conseguiram resolver o problema no momento de trabalho individual?

d) O problema foi igualmente fácil ou igualmente difícil para todos do grupo?

e) Há uma única forma de resolver esse problema? Ou surgiram vários procedimentos diferentes?

2. Considerando os três momentos de trabalho: individual, em grupo e coletivo:

a) De que forma cada um favoreceu a resolução do problema?

b) De que forma esses momentos permitiram um aprofundamento dos seus conhecimentos sobre o cálculo de multiplicação?

3. Como você viu o papel da formadora em cada momento da atividade (momento individual, em grupos e coletivo)?

O encaminhamento feito pela formadora foi a leitura compartilhada das questões relacionadas a cada item (problema, momentos de trabalho e o papel da formadora), destinando algum tempo para a reflexão do grupo e posterior socialização e discussão das ideias.

A intencionalidade deste momento era realizar a análise didática das condições que favoreceram a reconceitualização do cálculo mental e da identificação dos conhecimentos matemáticos que se articulam em sua elaboração; mais além disso, as perguntas tinham a intenção de identificar quais são algumas características de um problema; bem como as condições didáticas que favorecem que o trabalho em torno de um problema possa resultar em uma atividade matemática coletiva revestida de sentido para os participantes. Assumimos, conforme proposto por Charnay (1996), que um problema não se resume à situação proposta (enunciado-pergunta), mas é definido pela tríade situação-aluno-meio, o que significa que fazem parte do problema também “as condições didáticas da resolução (organização da aula, intercâmbios, expectativas explícitas ou implícitas do professor)” (p.46).

Antes de realizar a análise deste momento da reunião, nos parece importante fazer algumas ressalvas. É importante ressaltar que não entendemos que a situação proposta na reunião cumprisse para os professores a mesma função que um problema matemático cumpriria para os alunos - no sentido de provocar a produção de novas ideias matemáticas (ainda que, para alguns professores, a situação tenha se constituído como um obstáculo a ser superado, como foi percebido na análise do momento da elaboração de procedimentos de cálculo). Nesse sentido, a análise das condições didáticas da situação vivida não tinha a intenção de que se estabelecesse uma relação direta entre o fazer no contexto da formação e o fazer na sala de aula. O propósito desta instância era colocar em questão a potência do trabalho com o cálculo mental, desde que contextualizado em condições didáticas específicas – favorecendo que o grupo fizesse uma reflexão sobre o trabalho em sala de aula com o cálculo mental, da mesma maneira como propõem Agrasar y Chemelo (2008):

“La reflexión posterior sobre lo vivido, además de permitir elaborar conclusiones sobre lo que significa apropiarse de un conocimiento

matemático, da lugar a realizar un análisis sobre las decisiones tomadas, y las que se podrían haber tomado, en función de la enseñanza.”(p.14).

Também vale apontar que as perguntas sobre a situação proposta e sobre a gestão do trabalho pretendiam mobilizar os professores para analisar a situação vivida, ainda que não lhes tenha sido apresentado o marco teórico a esse respeito (considerando que esta era a primeira reunião com esses professores). Coincidimos com Agrasar, Chemello, Chara, y Crippa (n.d.), quando propõem que “los análisis propuestos pueden hacerse desde una “didáctica en acción”, que posteriormente se profundizará al abordar dichos marcos teóricos.”(p. 11).

7.3.3.1 Reflexões sobre as características do problema proposto

A condição colocada pelo problema – elaborar mais de um tipo de procedimento de resolução para o cálculo 25×390 – implicava em produzir ao menos um procedimento diferente do algoritmo. Portanto, apelava a algo ainda não totalmente antecipado (para muitos participantes da reunião) ou mesmo não conhecido (para alguns), que era produzir procedimentos de cálculo refletido ou mental. No momento de análise, foi possível fazer trazer à luz alguns elementos que apontam para as condições que tornam uma proposta um “problema”.

A professora Te., que não elaborou qualquer procedimento de resolução individualmente e, quando a formadora interveio percebendo suas dificuldades, mostrou-se sem disposição pra fazer qualquer nova tentativa, assim se coloca neste momento:

Professora Te: *“No meu caso eu achei muito difícil... eu já vi isso... quando eu fiz um curso do Pró-Letramento⁹... Há uns sete anos atrás. Tudo isso a gente viu. Mas com o tempo isso vai caindo no esquecimento, no meu caso, eu peguei quinto ano, depois terceiro ano... A gente não desenvolveu muito isso. Com o tempo, você fica afastada disso, você esquece... fica mais difícil. De acordo com o que você pede, dificulta a estratégia que a gente vai usar...”*

Com a frase *“De acordo com o que você pede, dificulta a estratégia que a gente vai usar...”*, ela indica que o fato de haver uma demanda no problema por uma estratégia pessoal, e não somente a mais conhecida e convencional, foi decisivo para que ela se sentisse impedida de elaborar uma resolução. Assim, o que se constituiu como uma atividade trivial para alguns professores e como um problema possível de ser enfrentado para muitos outros, para ela tornou-se um obstáculo que não pôde ser enfrentado.

Assim a professora A. interpreta o motivo de haver pessoas que não fizeram nenhuma resolução:

Professora A. *“Eu acho que o fato de ter sido colocado que não podia ser os dois com o algoritmo, fez alguma pessoas ‘travarem’ (...). Eu vejo que foi diferente*

⁹ O Pró-Letramento foi um programa de formação continuada de professores dos anos/séries iniciais do ensino fundamental, desenvolvido a partir de 2007 pelo MEC (Ministério da Educação).

para cada um...Apareceram umas ideias muito legais, que a gente pensava: como eu não pensei nisso?”.

A partir desta fala, pudemos identificar que o fator determinante de haver uma grande diversidade de procedimentos na sala foi exatamente aquilo que era visto como um complicador na proposta: a condição colocada na consigna de se produzir ao menos dois procedimentos diferentes – ou seja, não somente o algoritmo (vista por alguns como restrição, como vimos). Nesta linha, analisando as diferentes condições individuais frente à proposta, a professora P. afirma:

Professora P.: “Sabe o que eu acho? Nesse caso aí, vai do repertório de cada um...então, assim, aquilo que eu me identifico mais, ou que eu consigo fazer mais... que eu procuro de uma forma mais segura de fazer. Dependendo da minha vivência matemática e o repertório matemático que eu tenho, eu vou procurar um meio pra resolver.”

A professora A., relaciona a situação proposta com uma oportunidade em que propôs um “problema de divisão” aos seus alunos de terceiro ano, antes deles terem aprendido o algoritmo convencional (vale dizer que isso é incomum no grupo com o qual temos trabalhado em Itapevi, uma vez que se entende que o ensino do algoritmo deve preceder a proposição de problemas em que ele seja um dispositivo útil, e não o contrário):

Professora A. “Fico escutando vocês falarem, fico pensando na minha sala de aula. Acontece igualzinho! Só que tem uma questão: nós sabemos o algoritmo... a gente ‘trava’ porque a gente sabe, mas não pode usar! Eles (os alunos) não sabem muitas vezes! No começo do ano eu propus um problema de divisão... eles disseram: ‘Mas a gente não sabe fazer essa conta! A gente não aprendeu ainda...’. Eu falei: e se eu falasse que vocês podem usar as estratégias de vocês? (...) Eles foram se virando, até surgir as estratégias...”

Perguntamos qual o resultado dessa proposta feita por ela, de que forma ela favoreceu aprendizagens. Ela entende que foi produtivo, pois muitos alunos fizeram coisas que ela não esperava, recorreram às operações de multiplicação, decompuseram os números, alguns desenharam etc. Entretanto, ela relata não ter avançando além desse ponto com os procedimentos elaborados pelos alunos. Pareceu-nos que foi uma proposta com caráter de “desafio matemático”; que não

fora planejada com a intencionalidade de estruturar o trabalho com o campo multiplicativo e com o cálculo mental; que não significava o abandono da prática mais recorrente – um trabalho com problemas matemáticos unicamente voltado à aplicação de técnicas operatórias convencionais. Ainda assim, no momento da reunião a professora estabelece relação entre o que foi vivido pelos alunos naquela oportunidade e a situação agora vivida por ela. Este fato nos indica que, ainda que seja perceptível que tanto a proposta de produzir procedimentos não algorítmicos como a análise posterior sobre o vivido (que constituíram a situação formativa de dupla conceitualização) foram muito potentes para provocar a reflexão dos professores e problematizar o ensino de cálculo mental. Entretanto, também indica para nós a importância de se ter cuidado para não haver um mal-entendido entre o que se está propondo em termos de ensino de matemática e os esporádicos “momentos de desafio matemático”. Essa reflexão indica a importância de se avançar, no âmbito da formação dos professores, para dar consistência à formação, apresentando outras propostas, como o planejamento de aulas com situações de exploração dos procedimentos elaborados pelos alunos, de antecipação de intervenções, análise de sequências didáticas, trazendo à luz os principais conceitos do marco teórico, para conhecimento e discussão.

Ainda a respeito das características da proposta e das respostas individuais, o professor E. relata:

Professor E. *“Eu me senti desafiado... porque eu não podia mais montar a conta. Eu pensei: não vou montar a conta, mas vou fazer as setas”* (o professor indica que pretendia registrar os passos do algoritmo, mudando apenas a forma, na verdade sem elaborar um novo procedimento). *“Mas pensei: não vale, não armei a conta no papel, mas não fiz de outro jeito. Então, eu fui trabalhando a questão da proporção... fui pensando a proporção: por dez... depois a metade... por cinco..”* (Vale dizer que a formadora participou e interveio nesse processo: o professor fazia mentalmente o algoritmo da multiplicação e anotava no papel o resultado de cada etapa. Perguntado se ele estava realmente elaborando um procedimento novo, não-algorítmico, ele avançou com autonomia para outra elaboração).

A partir do relato do professor E., podemos indicar que, em alguma medida, para uma parte do grupo, a situação constituiu-se como uma oportunidade de elaborar procedimentos novos, não antecipados, articulando o que já se sabia com o que se apresentava. No enfoque em que estamos nos pautando, esses são elementos de um problema, como proposto por Itzcovich:

“En definitiva, podemos decir que un problema es tal en la medida en que invita a un desafío y a la toma de decisiones en donde los conocimientos de que se disponen no son suficientes, pero tampoco, tan escasos. La situación debe estar ubicada en el centro de la balanza entre lo “nuevo” por producir y lo “viejo” que ya se sabe.” (2012, p. 12).

7.3.3.2 Análise dos momentos de trabalho: individual, em grupo e coletivo

Em relação ao momento de trabalho individual, foi percebida a sua potencialidade para gerar diversidade de procedimentos e para que todos pudessem “entrar na atividade” de alguma forma já instigados pela proposta, já tendo realizado suas elaborações, e tendo melhores chances de participar no grupo – da mesma maneira como indicado por Lerner a respeito das crianças na sala de aula:

“Se se concede às crianças um tempo para pensar individualmente no problema colocado antes de intercambiar com os colegas, torna-se mais provável conseguir que todas as crianças (e não apenas algumas) tenham algo para contribuir com a discussão.” (1995, p. 127)

O professor T. faz nesse momento, a respeito do trabalho individual que é seguido pelo trabalho em grupo sobre o mesmo objeto, a seguinte reflexão:

Professor T.: *“Eu acredito que...eu nunca paro para pensar como eu construo aquela resposta. Então, fazer individual eu fiz, e daí, depois que eu cheguei na resposta, eu precisava explicar... então eu tive de fazer uma reflexão, primeiro, de como eu penso. O individual me fez parar e olhar como eu faço. (...) Pra mim foi muito legal essas etapas, por causa disso: você conseguir fazer primeiro uma reflexão individual, depois uma reflexão e comparação em grupo...”*

Nos pareceu que o professor T. reflete sobre um processo de análise do seu próprio procedimento— que foi provocado pelo fato de, após a elaboração individual de uma resposta ao problema, ter de compará-la, discuti-la com o grupo de colegas. Nos parece que o professor, no processo, se dá conta que a proposta feita é uma inversão do que é habitualmente proposto – em vez de fazer um procedimento para obter um resultado, fazê-lo para que seja ele o objeto de análise.

De maneira geral, os professores analisaram como muito produtivo o momento de trabalho em grupos, identificando troca de conhecimentos e aprendizagens mútuas. É importante apontar que a maior parte dos integrantes do grupo não se conhecia ou não tinha intimidade uns com os outros.

A respeito da professora Te., que não havia realizado nenhum procedimento, a professora A. diz:

Professora A “Eu acho que foi uma situação bem interessante, porque quando ela trouxe para o grupo, a gente falou: não... você estava fazendo todo o processo certinho!! Você só parou aqui... se desmembrasse aqui, você chegaria no resultado... foi no grupo!”

Outra professora que não elaborou um procedimento no momento individual, C., comenta:

Professora C.: *“Individualmente eu estava tensa...”*

Formadora: *“Mas você chegou a uma resposta?”*

Professora C.: *“Cheguei, mas eu confesso, eu usei a calculadora (risos). Quando eu me juntei no grupo... Para ele (o colega a seu lado) parecia uma coisa tão fácil de ser resolvida... Para mim era um bicho-de-sete-cabeças. Por onde eu vou começar? Aí ele falou: faz assim... quanto dá? E a metade... então, para ele... ele já foi... ele foi embora. (...) O grupo me apoiou, olha como ele fez, vamos esclarecer.”.*

Estes depoimentos confirmam que foi notável perceber, nos grupos, o quanto a proposta de trabalho favoreceu a troca de ideias matemáticas entre os professores.

Em relação ao trabalho coletivo, o comentário da Professora P. confirma o quanto o trabalho em torno de ideias matemáticas determinou que se quebrassem expectativas e representações construídas em outros contextos:

Professora P.: *“Eu achei interessante essa forma... porque na hora que a gente fez o grupo, a gente ficou apreensivo: quem vai lá expor? quem vai falar? Então, já ficou aquele mal-estar... eu achei interessante, porque na hora de ir pra lá, todo mundo participou... seja sem falar, ou num comentário... mas, foi mais participativo do que se eu estivesse falando lá!”*

7.3.3.3. Reflexões sobre a gestão do trabalho pela formadora

Na análise realizada coletivamente, a atuação da formadora foi objeto de reflexão em especial em relação a dois momentos: o momento de trabalho individual – durante o qual fez algumas intervenções, conforme já mencionado, principalmente em relação aos professores que não começavam um trabalho de elaboração de procedimentos; e o momento coletivo, em que coordenou a análise dos procedimentos socializados, registrando em um quadro os conhecimentos envolvidos em cada um.

Em relação ao trabalho individual, foi percebido que as intervenções da formadora tinham como característica:

- não induzir a algum tipo de resposta, mas sempre que se percebia algum mal-entendido, se retomava a proposta que constava da consigna;
- sempre considerar como potencialmente válidos os procedimentos que estivessem sendo elaborados;
- indicar a insuficiência de alguns registros em comunicar procedimentos.

Vale mencionar que, enquanto alguns professores indicaram que intervenção da formadora nesse momento tenha sido decisiva para que eles pudessem avançar – como o professor E., (conforme relatado no item 7.3.3.1.), outros professores indicaram que a intervenção da formadora não teve qualquer resultado positivo, como relata a professora Te.:

Professora Te.: *“Quando você chegou por perto e sugeriu outros caminhos... eu já não tinha mais... sequência de raciocínio, mais... Eu travei.”*

Podemos pensar que esta diferença nos resultados das intervenções pode ter sido causada pela natureza do impasse vivido pelo professor. Como foi mencionado anteriormente neste trabalho, temos a hipótese de que alguns professores não iniciavam a investigar possibilidades por falta de repertório matemático, enquanto outros não compreendiam o que se esperava deles.

Em relação ao momento coletivo de análise dos procedimentos, alguns professores nomearam a função da atuação da formadora como de “socializar” as produções; entretanto, os próprios colegas refutaram essa afirmação, indicando que a atuação da formadora tinha por objetivo coordenar a análise e sistematizar os seus resultados.

8. Conclusões

Para elaborar as palavras finais deste trabalho, retomamos as ideias a respeito da aulas de matemática que norteiam a proposta de formação descrita:

“Pensamos la clase de matemática como una comunidad de alumnos y maestro, que resuelven problemas, discuten, elaboran conjeturas, justifican sus afirmaciones y sus acciones, es decir, producen matemática. Una clase productora - alumnos produciendo, docentes produciendo - cuyas reglas de juego se irán transformando a medida que avancen en el trabajo. En este colectivo el docente juega un papel muy especial, es el referente de la matemática en la clase y, desde esta posición, es fundamental su papel: por un lado aporta las tareas a realizar, condicionando con esto los sentidos que se van construyendo en torno a los objetos, y por otro es un regulador del trabajo del grupo, acompañando a sus alumnos en la trama de su producción individual y colectiva en la cual se ponen en juego procedimientos, formas de escritura, formas de hacer, formas de validar,... Estamos asumiendo con esto una cierta provisoriedad de los conocimientos y de las normas de trabajo en el aula.”(Sessa y Giuliani,2008, p.1).

A formação de professores que tenha o compromisso de favorecer o ensino de matemática pautado por essa concepção, necessariamente, deve envolver os professores em situações em que eles próprios também possam atuar colocando em jogo seus procedimentos, formas de registros, formas de fazer, formas de validar, coincidindo com o que colocam Agradar, Chemello, Chara y Crippa (n.d.):

“Por ello, pensamos que en los espacios de capacitación los maestros deberían tener experiencias de producción matemática que contribuyan, en principio, a reflexionar, afianzar o modificar sus ideas iniciales acerca de esta disciplina en el sentido propuesto. Esto es necesario para que puedan gestionar en el aula una actividad de producción matemática por parte de sus alumnos, es decir, lograr “hacer hacer matemática a sus alumnos”. (p. 5)

Coerente com esta proposição, a reunião de formação de professores que analisamos converteu-se em certa medida em uma oportunidade de gerar uma produção intelectual coletiva. Foi uma oportunidade de ter uma nova compreensão sobre o conceito de cálculo mental, pois os professores puderam identificar os conhecimentos matemáticos envolvidos em procedimentos de cálculo multiplicativo, a importância do registro destes procedimentos e os desafios colocados em sua elaboração, a existência de diversas formas de proceder para um mesmo cálculo, as relações existentes entre os diversos procedimentos, bem como sua relação com o algoritmo de multiplicação. Ter consciência destes fatos e processos é imprescindível para planejar aulas, construir sequências de atividades, bem como avaliar as aprendizagens dos alunos relacionadas ao cálculo mental. Em síntese, este momento da reunião de formação constituiu-se como uma oportunidade de aprofundamento e ampliação a respeito do conceito de cálculo mental, indispensáveis para a sua resignificação.

No momento seguinte (segunda conceitualização), promoveu-se a reflexão sobre as características do problema proposto, sobre o sentido dos momentos de trabalho individual, em pequenos grupos e coletivo, bem como das mediações de quem faz a gestão do trabalho, no contexto da produção e análise dos procedimentos de cálculo multiplicativo. Estas condições didáticas são entendidas

como os contextos de produção que foram criados de maneira planejada, com a intencionalidade de instalar o trabalho intelectual coletivo mencionado. As condições didáticas em que essa produção intelectual foi desenvolvida foram identificadas pelos professores e reconhecidas como determinantes para a conceitualização do cálculo mental.

Assim, pensamos que esta situação formativa, modelizada como situação de dupla conceitualização, desempenhou um papel decisivo no sentido de aproximar os professores da perspectiva de seus alunos como produtores de ideias matemáticas.

É importante esclarecer que identificar as condições didáticas que são favoráveis à produção de conhecimento no contexto da formação docente não implica na transposição direta das propostas para o contexto da sala de aula com os alunos. Concordamos com Lerner que:

“Isso não significa, naturalmente, que a situação de ensino utilizada durante a capacitação seja diretamente transferível para o trabalho em classe: depois de analisar com os docentes as condições didáticas da situação apresentada- quer dizer, depois de cumprir a segunda fase antes descrita -, é necessário discutir em cada caso sobre a pertinência (ou não) de realizar uma atividade similar com as crianças e propor aos docentes outras atividades dirigidas a definir quais são as condições que é necessário assegurar para que as crianças possam apropriar-se desses conteúdos.” (2002, p.110).

Nesse sentido, reiteramos que não consideramos que, isoladamente, as situações de dupla conceitualização, embora constituam uma estratégia potente de formação docente, assegurem que os professores transformem suas concepções e práticas; para isso, muitas outras situações devem fazer parte do processo formativo (análises de aulas filmadas, de cadernos e outras produções de alunos, de planejamentos de aula do professor, de sequências didáticas, estudos teóricos etc.), de forma a dialogar com as suas práticas efetivas.

Por fim, nos interrogamos a respeito das condições existentes para que esta estratégia seja efetivamente colocada em ação nas formações de professores que ocorrem nas instituições escolares públicas e nas secretarias

municipais de educação, em contextos diversos daquele em que atuamos (pouco típico, já que envolve a parceria técnica com instituição especializada, com aporte financeiro do terceiro setor). Esta questão se inscreve na problemática mais ampla, que se refere às políticas públicas voltadas à formação inicial, à formação continuada e à formação de formadores.

BIBLIOGRAFIA

Agrasar, M. (2009). "La resolución de problemas matemáticos en la clase de formación", Revista Novedades Educativas, nº 226. Buenos Aires: Novedades Educativas. 84-89.

Agrasar, M. y G. Chemello (2008). "Los conocimientos matemáticos en la formación de maestras y maestros. Qué y cómo aprenden matemática los que van a enseñar", en: *12(ntes) Enseñar Matemática. Nivel Inicial y Primer Ciclo*, No. 3. Buenos Aires, Ed. 12(ntes). 7-17.

Agrasar, M., Chemello, G., Chara, S. y Crippa, A. (n.d.) ¿Qué matemática debe aprender un maestro en la capacitación y cómo la aprende? - Clase virtual N° 6. Disponible en https://dges-sal.infed.edu.ar/sitio/upload/Matematica_Clase_6_Modulo_2.pdf (último acceso em 22/08/2020).

Alarcão, I. (1996). Reflexão crítica sobre o pensamento de D. Schön e os programas de formação de professores. Em Formação reflexiva de professores – Estratégias de Supervisão. Porto: Porto Editora.

Artigue, M. (1995). El lugar de la didáctica en la formación de profesores. En: Artigue, M., Douady, R., Moreno, L. *Ingeniería Didáctica en Educación Matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica.

Castedo, M. (2007): "Notas sobre la didáctica de la lectura y la escritura en la formación continua de docentes" en: *Lectura y vida, año 28, nº 2*. 6-18.

Charlot, B. (1991), "La epistemología implícita en las prácticas de enseñanza de las matemáticas", texto que surge de la conferencia pronunciada en Cannes en 1986.

Charnay, R. (1996) Aprendendo (com) a resolução de problemas. Em Parra, C. e Saiz, I. (org). *Didática da matemática – Reflexões psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artmed. 36-47.

Chevallard, Y; Bosch, M; Gascón, J (1997): *Estudiar Matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*. Instituto de Ciencias de la Educación, Universidad de Barcelona: Editorial Horsor.

Douady, R. e Robert, A.(1991) Questions sur la formation, sur l'observation en formation. Paris: Escuela de verano de Didáctica de la Matemática, IREM de Paris 7.

Guibourg, F. (2012). Matemática: análisis de una experiencia de capacitación distrital. Aportes para la reflexión entre capacitadores Buenos Aires: Escuela de Capacitación Docente - CEPA, 2012.

Hoz, G. y Peláez, A (2016). "Notas para pensar la formación docente rural en la lectura y escritura". En Seoane, V. (coord.). Actas del III Seminario Nacional

de la Red Estrado Argentina 2015. *Formación y trabajo docente: aportes a la democratización educativa*. Fahce, UNLP. Red Estrado.

Itzcovich, H. (coord.). (2012). *La matemática escolar: las prácticas de enseñanza en el aula*. Buenos Aires: Aique.

Kuzniak, A. (2007). Une situation de formation sur la modélisation. En: "Savoir mathématique et enseignement didactique et pédagogique dans les formations initiales du premier et du second degrés", *Recherche et formation*. [En ligne], 55 | 2007. URL: <https://journals.openedition.org/rechercheformation/855>. Acesso em 30/09/2019.

Lerner, D. (1995). O ensino e o aprendizado escolar. Argumentos contra uma falsa oposição. In: Castorina, J.A. et al. *Piaget-Vygotsky: novas contribuições para o debate*. São Paulo: Ática. 85 – 146.

Lerner, D. (2002). *Ler e escrever na escola: o real, o possível e o necessário*. Porto Alegre: Artmed.

Lerner, D., Torres, M. e Cuter, M. E. (2007). "Situações de dupla conceitualização". In: Cardoso, B. (org.). *Ensinar: tarefa para profissionais*. Rio de Janeiro: Record. 71-101.

Novembre, A. (2013). Aprendizajes matemáticos y didácticos de los docentes en instancias de capacitación. En Broiman, C.(org). *Matemáticas en la escuela primaria (II)*. Buenos Aires: Paidós. 237-264.

Panizza, M. y Sadovsky, P. (1995). "Problemas didácticos en la capacitación docente". Revista Propuesta Educativa. Año 6. No. 12. Buenos Aires. FLACSO.

Parra, C. (1996). "Cálculo mental na escola primária". Em: Parra, C. e Saiz, I. (org). *Didática da matemática – Reflexões psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artmed. 186-235.

Sadovsky, P. (2005). La teoría de situaciones didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática. En: H. Alagia y A. S. Bressan. *Reflexiones teóricas para la educación matemática*. Buenos Aires. Libros del Zorzal. 13-68.

Sadovsky, P. (2007). "O ensino de matemática hoje. Enfoques, sentidos e desafios". São Paulo: Ática.

Sadovsky, P., Quaranta, M., Itzcovich, H., Becerril, M. y García, P. (2015). Producción matemático-didáctica: una experiencia de planificación colaborativa entre maestros e investigadores. En Pereyra, A. [et al]. *Prácticas pedagógicas y políticas educativas: investigaciones en el territorio bonaerense*. 1ª ed. Buenos Aires. UNIPE: Editorial Universitaria. 223 – 252.

Schon, D. A. (2007). Educando o profissional reflexivo: um novo design para o ensino e a aprendizagem. Porto Alegre: Artmed.

Sessa, C. y Giuliani, D.(2008). “Mirar la historia de la matemática para pensar en el aprendizaje y la enseñanza”, en *Enseñar Matemática. Nivel inicial y Primario*, n.4, Buenos Aires. 12(ntes).